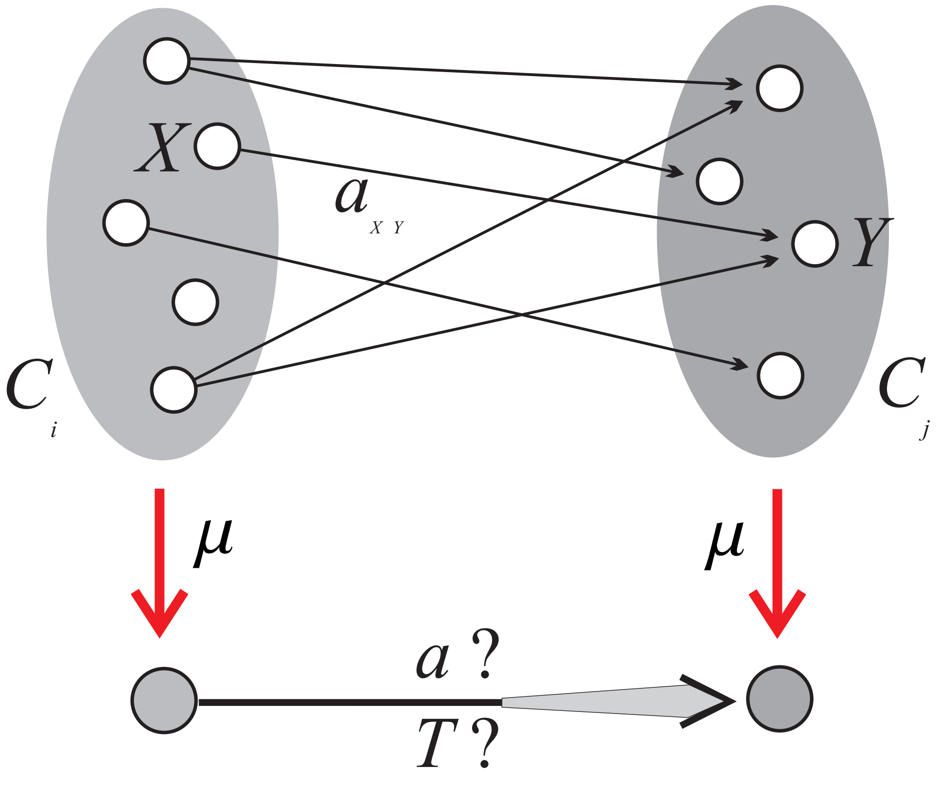
1. Posplošena enakovrednost

Bločno modeliranje

Cilj bločnega modeliranja je, da poskušamo večje, nepregledno omrežje skrčiti glede na predpostavljeno vrsto enakovrednosti na manjše omrežje, kjer so enote skupine enakovrednih enot. Tako dobljena struktura (relacija, matrika, graf) je preglednejša in ustreznejša za interpretacije.



Posplošena enakovrednost

Posplošeno enakovrednost dobimo, če dopuščamo, da lahko vsak blok, glede na dano razvrstitev, sledi različni vrsti enakovrednosti. Tako lahko na primer v spodnji relacijski matriki najdemo tri vrste blokov:

$$
\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

poln	regularen
prazen	poln

To je vodilo Batagelja (1993) in Batagelja, Doreiana in Ferligojevo (1994), da so vpeljali različne vrste povezav v in med skupinami – z drugimi besedami različne idealne bloke.

Tabela 1: Primeri idealnih blokov

	Y				
X	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1

polni

	Y				
X	0	1	0	0	0
	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0

vrstično dominantni

	Y				
X	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	0
	1	1	1	0	0
	0	0	1	0	1

stolpčno dominantni

	Y				
X	0	1	0	0	0
	1	0	1	1	0
	0	0	1	0	1
	1	1	0	0	0

regularni

	Y				
X	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	0
	1	0	1	0	0
	0	1	0	0	1

vrstično regularni

	Y				
X	0	1	0	1	0
	1	0	1	0	0
	1	1	0	1	1
	0	0	0	0	0

stolpčno regularni

	Y				
X	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0

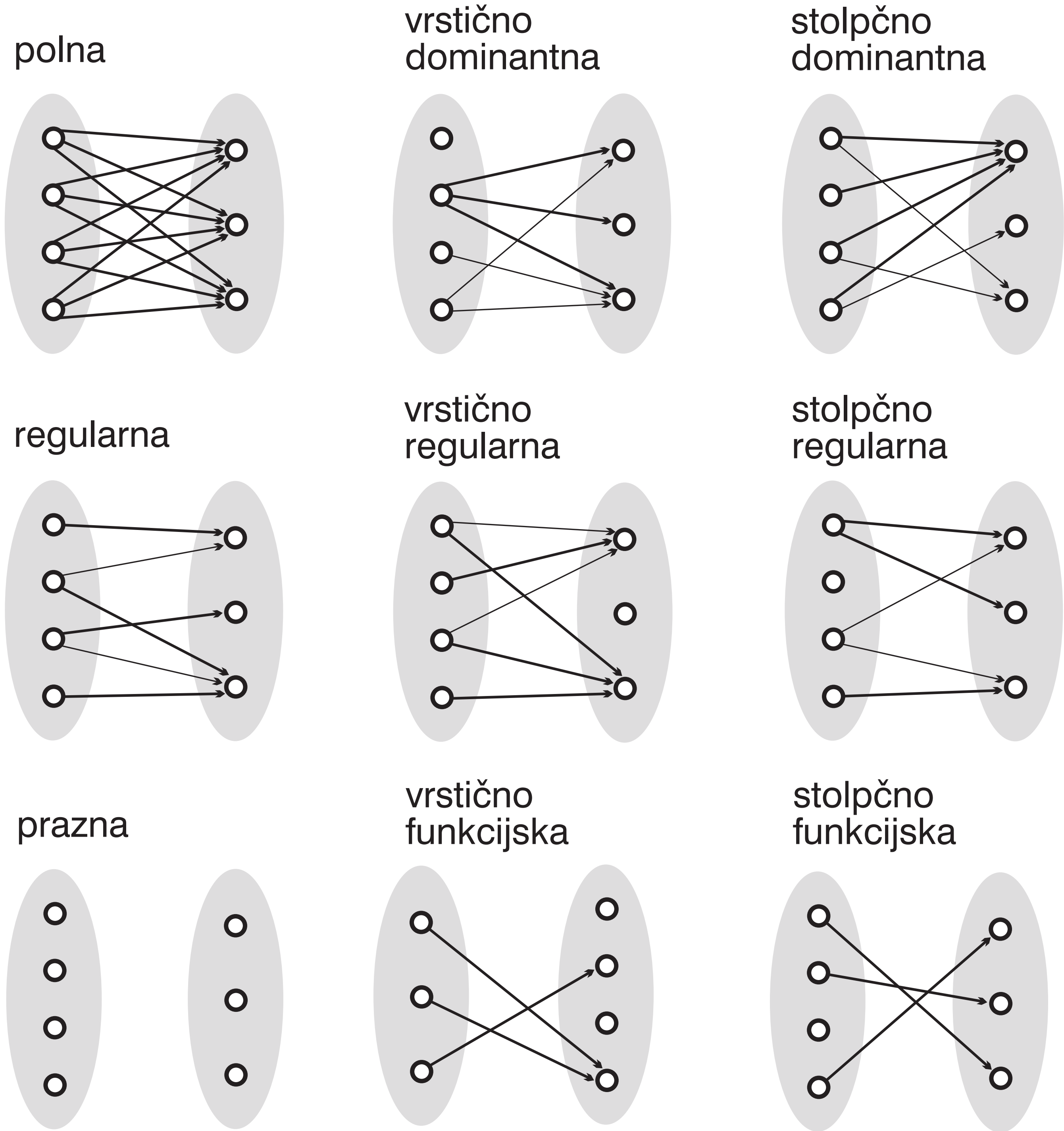
prazni

	Y				
X	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	0
	0	0	0	1	0

vrstično funkcijski

	Y			
X	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	1	0
	0	0	0	0
	0	0	0	1

stolpčno funkcijski



Slika 1: Tipi povezav med skupinama

Določitev bločnih modelov

Tudi problem posplošenega bločnega modeliranja je poiskati tako razvrstitev enot omrežja, da se v razvrstitvi kar najbolje odraža izbrana vrsta enakovrednosti. V tem smislu je torej posebni problem **razvrščanja v skupine**, ki ga lahko zastavimo kot optimizacijski problem takole:

določi razrstitev $\mathcal{C}^*$ iz množice vseh dopustnih razvrstitev Φ, tako da je

$$P(\mathcal{C}^*) = \min_{\mathcal{C} \in \Phi} P(\mathcal{C})$$

kjer je $P : \Phi \to \mathbb{R}$ *kriterijska funkcija*. Ta mora biti usklajena z izbrano vrsto enakovrednosti.

Kriterijsko funkcijo sestavimo

- **neposredno** kot funkcijo, ki meri usklajenost razvrstitve s podatki o omrežju in izbrano enakovrednostjo.

Optimizacijski pristop

Kriterijsko funkcijo sestavimo tako, da meri odstopanje dejanskih blokov od pripadajočih idealnih blokov (te izberemo glede na problem, ki ga rešujemo) (Batagelj, Doreian in Ferligoj, 1992; Batagelj, 1993; Doreian, Batagelj in Ferligoj, 1994).

Kriterijska funkcija $P(\mathcal{C})$ mora biti **občutljiva** na obravano enakovrednost:
$P(\mathcal{C}) = 0 \Leftrightarrow$ s $\mathcal{C}$ določeni bloki popolnoma ustrezajo izbrani enakovrednosti.

Izhajajmo iz razvrstitve $\mathcal{C} = \{C_1, C_2, \ldots, C_k\}$, in označimo z $\mathcal{B}(C_u, C_v)$ množico vseh idealnih blokov glede na blok $R(C_u, C_v)$. Potem lahko celotno napako razvrstitve $\mathcal{C}$ izrazimo z naslednjo kriterijsko funkcijo

$$P(\mathcal{C}) = \sum_{C_u, C_v \in \mathcal{C}} \min_{B \in \mathcal{B}(C_u, C_v)} d(R(C_u, C_v), B)$$

kjer člen $d(R(C_u, C_v), B)$ meri razliko (napako) med blokom $R(C_u, C_v)$ in idealnim blokom B. Funkcija d mora biti usklajena z izbranim tipom enakovrednosti.

Za določitev iskane razvrstitve lahko uporabimo postopke lokalne optimizacije (Batagelj, Doreian in Ferligoj, 1992). Na primer metodo prestavljanj:

Določi začetno razvrstitev $\mathcal{C}$;
ponavljaj:
če med tekočo razvrstitvijo $\mathcal{C}$ in sosednjimi razvrstitvami obstaja razvrstitev $\mathcal{C}'$,
za katero velja $P(\mathcal{C}') < P(\mathcal{C})$
potem se pomakni v razvrstitev $\mathcal{C}'$, **sicer** končaj.

V tem postopku je *sosednost* razvrstitve določena:

- s *prestavitvijo* enote X_k iz skupine C_p v skupino C_q;
- z *zamenjavo* enot X_u in X_v iz različnih skupin C_p in C_q.

Primer: Študentje družboslovne informatike

Izmerjeno omrežje sestavlja 13 študentov 2. letnika družboslovne informatike na FDV v št. letu 1992/93 in relacija o izmenjavi študijskih zapiskov (Hlebec, 1994). Podatki so bili zbrani z metodo CAPI (Computer Assisted Personal Interviewing), s programom INTERV (de Pijper and Saris, 1986) v maju 1993.

Anketno vprašanje se je glasilo:

> Študentje si pogosto izposojate študijske materiale in zapiske med seboj.
>
> Navedite imena svojih kolegov (kolegic), od katerih si najpogosteje izposojate študijske materiale in zapiske (število oseb ni omejeno).

Izmerjeno omrežje je podano v tabeli 2.

Tabela 2: Relacijska matrika

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
a	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
c	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
f	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
g	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
h	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
i	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
j	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
k	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
l	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
m	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0

Predpostavimo tri skupine in tri tipe blokov: prazni, polni in regularni. Dobljena razvrstitev ima glede na idealno 6 napak (vrednost kriterijske funkcije) in je naslednja

$$A = \{a, f, g, j, l, m\}$$

$$B = \{b, c, e, h, k\}$$

$$C = \{d, i\}$$

V tabeli 3 je podana permutirana matrika z devetimi bloki.

Tabela 3: Permutirana relacijska matrika

	a	f	g	j	l	m	b	c	e	h	k	d	i
a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
g	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
j	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
l	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
m	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
b	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
e	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
k	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Bločna matrika je:

	A	B	C
A	nul	reg	reg
B	nul	nul	reg
C	nul	nul	com

Dobljeni bločni model lahko interpretiramo takole: vsak študent iz skupine A si izposoja zapiske od vsaj enega študenta iz skupine B ali C, a ne od študentov iz svoje skupine. Študentje iz skupine B si izposojajo zapiske le od študentov skupine C. Študenta (študentki) iz skupine C si izposojata le med seboj in ne prosita pomoči študentov drugih skupin.

2. Prileganje omrežij izbranim bločnim modelom

Dosedaj je obravnavan **klasični pristop** za določanje bločnih modelov za množico socialnih relacij opredeljenih na množici enot.

V tem primeru je vnaprej izbrana neka enakovrednost in problem je poiskati tako razvrstitev enot na osnovi podatkov o omrežju, ki je karseda usklajena z izbrano enakovrednostjo.

Možen je tudi drugačen pogled na bločne modele. Možno je, da na osnovi teoretičnih izhodišč in siceršnjega poznavanja problema

- predpostavimo strukturo bločnega modela (hipotetični bločni model),
- izberemo množico idealnih blokov, ki jih dopuščamo v modelu
- in upoštevamo še kakšne dodatne pogoje ali omejitve, kot na primer: enoti X in Y morata nastopati v isti skupini, ali enoti X in Y ne smeta nastopiti v isti skupini

in iščemo takšno razvrstitev enot, ki kar najbolj ustreza vsem prepostavljenim pogojem.

Ponavadi raziskovalec želi še ustrezno mero, ki pove, kako dobro se empirični podatki prilegajo predpostavljeni (hipotetični) bločni strukturi.

Wasserman and Faust (1994:417-423) sta nanizala več teoretično relevantnih bločnih modelov. Ti so:

1. **Kohezivne skupine** s povezavami med enotami znotraj vsake skupine in brez povezav med skupinami:

1	0	0
0	1	0
0	0	1

2. **Model center - periferija**, ki ima centralno skupino, znotraj katere so enote povezane med seboj in povezane tudi z enotami drugih skupin. Druge periferne skupine so povezane s centralno skupino in niso povezane znotraj svojih skupin in med perifernimi skupinami.

1	1	1
1	0	0
1	0	0

3. **Usredinjen** model, ki je posebni primer modela center - periferija, kjer so možne le povezave centralne skupine s perifernimi ali le perifernih s centralno skupino:

$$\boxed{\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}} \quad \text{ali} \quad \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}}$$

4. **Hierarhični** model s skupinami na le eni poti:

$$\boxed{\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}} \quad \text{ali} \quad \boxed{\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}}$$

5. **Tranzitivni** model, ki je podoben hierarhičnemu in kjer so možne povezave skupin na nižjem nivoju s skupinami na višjih nivojih:

$$\boxed{\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}} \quad \text{ali} \quad \boxed{\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}}$$

Batagelj, Ferligoj in Doreian (1996) so izdelali metode, s katerimi je mogoče preverjati, koliko se podatki prilegajo vnaprej postavljenemu bločnemu modelu. Te metode tudi temeljijo na optimizacijskem pristopu in kriterijski funkciji, ki je opisana v prejšnjem poglavju. Ta pristop torej glede na podatke o omrežju, množice vrst idealnih blokov in modela poišče rešitev (razvrstitev enot omrežja), ki minimizira kriterijsko funkcijo. Mogoče je tudi iskanje prileganja le delnemu modelu in nato analizirati ostanek.

Primer: Študentska vlada

Primer obravnava omrežje, ki opisuje sodelovanje med dvanajstimi člani in svetovalci Študentske vlade Univerze v Ljubljani (Hlebec 1993). Izmerjeno omrežje ne predstavlja dejanskih interakcij, temveč zaznave o njih. Podatki so bili zbrani z osebnim spraševanjem v maju 1992. Komunikacijski tokovi med člani vlade so bili izmerjeni z naslednjim vprašanjem:

> S katerimi člani in svetovalci študentske vlade (najpogosteje) razpravljate o problemih, ki se tičejo delovanja vlade?

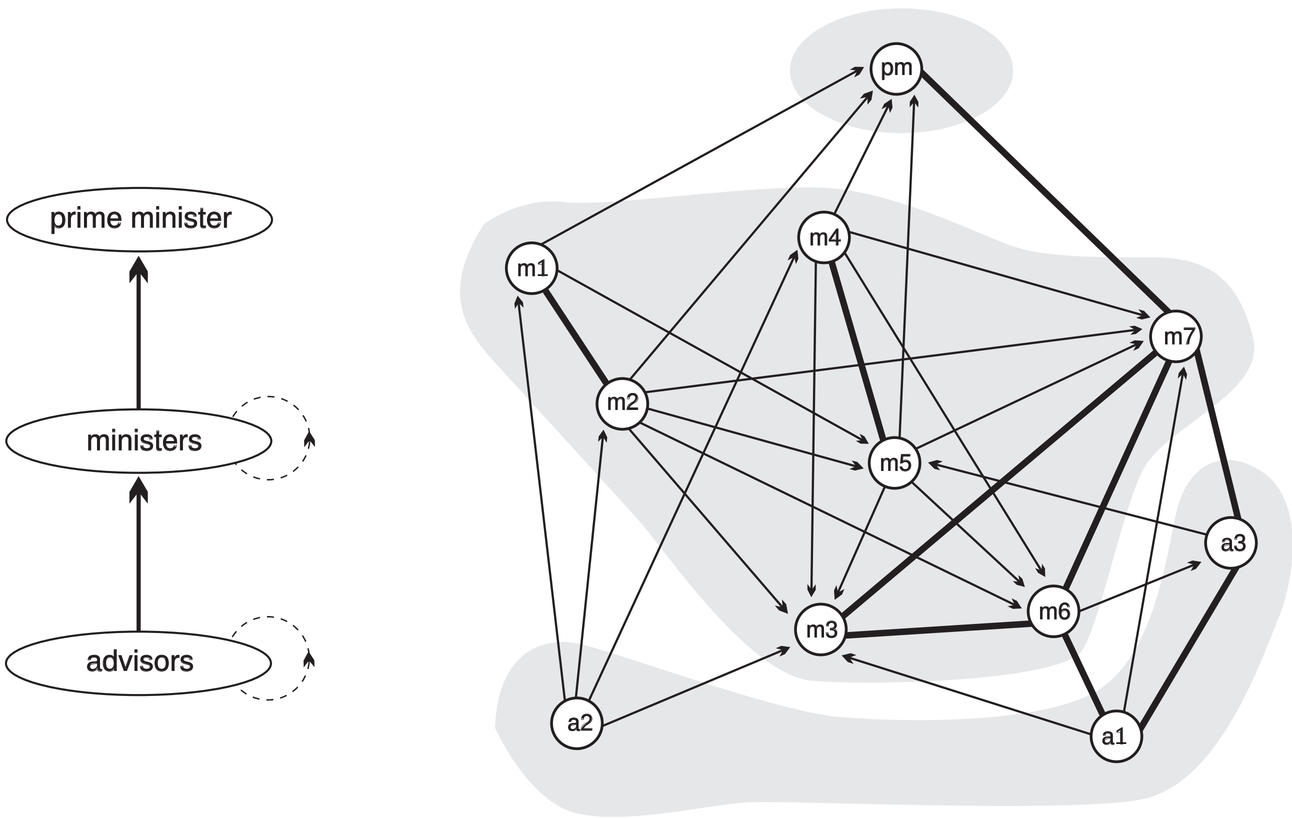
Vprašanje se je nanašalo na obdobje zadnjih šestih mesecev. En član vlade ni želel sodelovati v raziskavi. Ker ga nismo upoštevali v analizi, omrežje sestavlja enajst enot in je predstavljeno v tabeli 4.

Tabela 4: Relacijska matrika študentske vlade

		m 1	p 2	m 3	m 4	m 5	m 6	m 7	m 8	a 9	a 10	a 11
minister 1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
predsednik	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
minister 2	3	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
minister 3	4	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
minister 4	5	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
minister 5	6	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
minister 6	7	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
minister 7	8	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
svetovalec 1	9	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
svetovalec 2	10	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
svetovalec 3	11	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0

Hipotetični bločni model

Hipotetična zgradba omrežja Študentske vlade je hierarhija, kjer vsak svetovalec komunicira z vsaj enim ministrom in ministri s predsednikom vlade.



Slika 2: Študentska vlada – hipotetični bločni model

Klasični pristop

Najprej analizirajmo izmerjeno omrežje klasično, kar pomeni, da ne predpostavljamo hierarhične strukture.

Predpostavljamo tri skupine in regularno enakovrednost. Rezultat je veliko rešitev s sedmimi napakami (vrednostjo kriterijske funkcije).

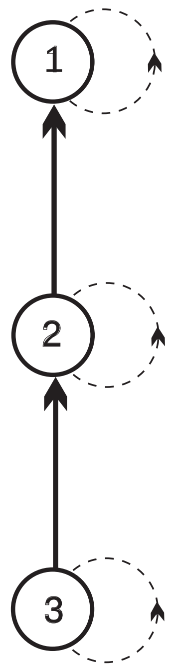
Preverjanje hipotetičnega modela

Osnova je hierarhična struktura Študentske vlade.

Prvi hipotetični bločni model

Prvi vnaprej določen bločni model predpostavlja tri skupine, regularno enakovrednost in matriko modela, ki je opredeljena takole:

	1	2	3
1	{ 0, reg }	{ 0 }	{ 0 }
2	{ reg }	{ 0, reg }	{ 0 }
3	{ 0 }	{ reg }	{ 0, reg }



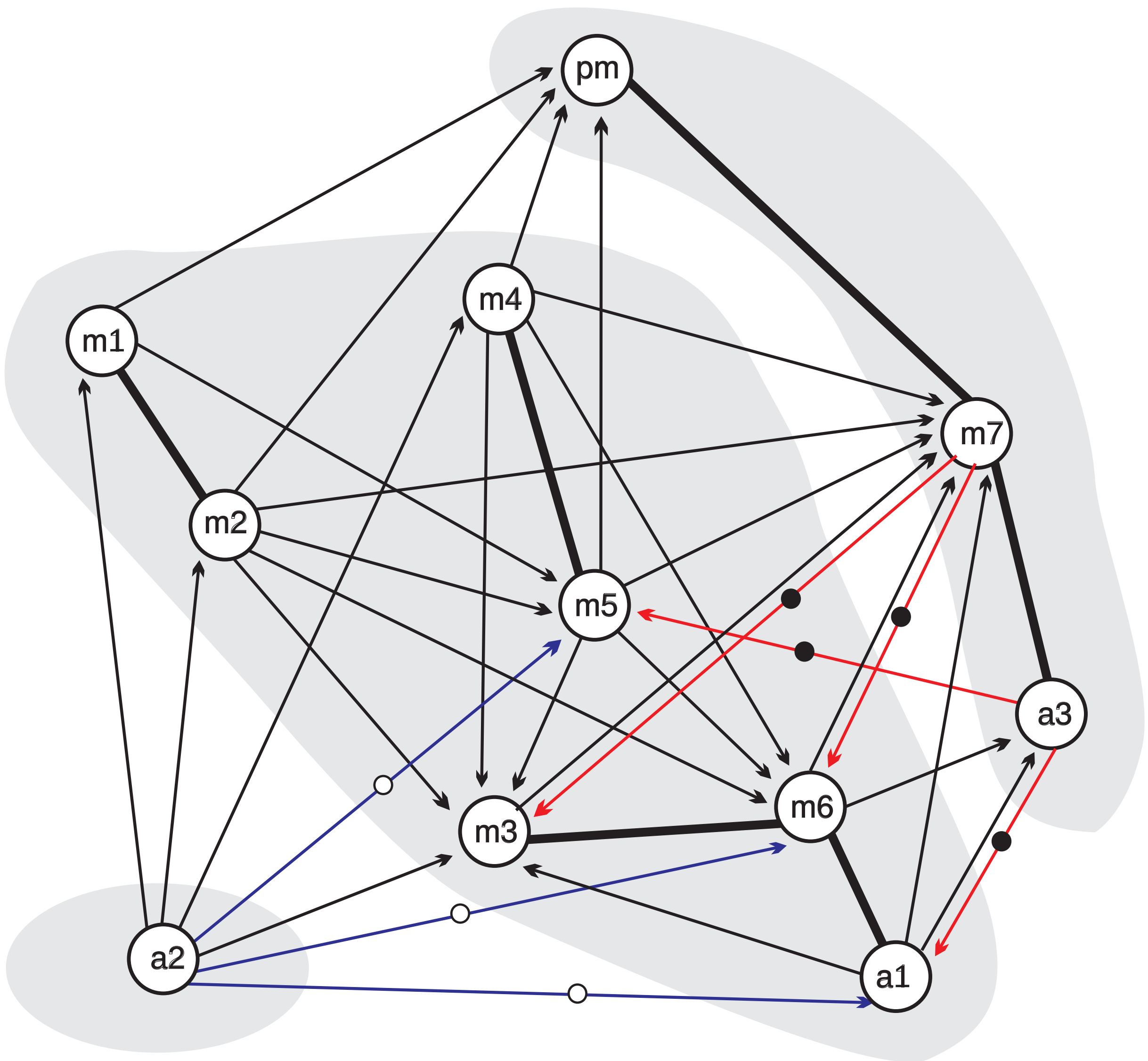
Rezultat je podmnožica množice rešitev, ki smo jo dobili s klasičnim pristopom in sedmimi napakami. Ena izmed rešitev je naslednja:

$\mathcal{C}_1 = \{\{pm, m7, a3\}, \{m1, m2, m3, m4, m5, m6, a1\}, \{a2\}\}$

	1	2	3
1	reg	0	0
2	reg	reg	0
3	0	reg	0

	1	2	3
1	0	4	0
2	0	0	0
3	0	3	0

Rešitev je predstavljena tudi na sliki 6, kjer črne pike na povezavah označujejo povezave, ki so odveč (napake) glede na idealno rešitev, in bele pike manjkajoče povezave.



Slika 3: Študentska vlada – preverjanje prvega hipotetičnega modela

Drugi hipotetični bločni model

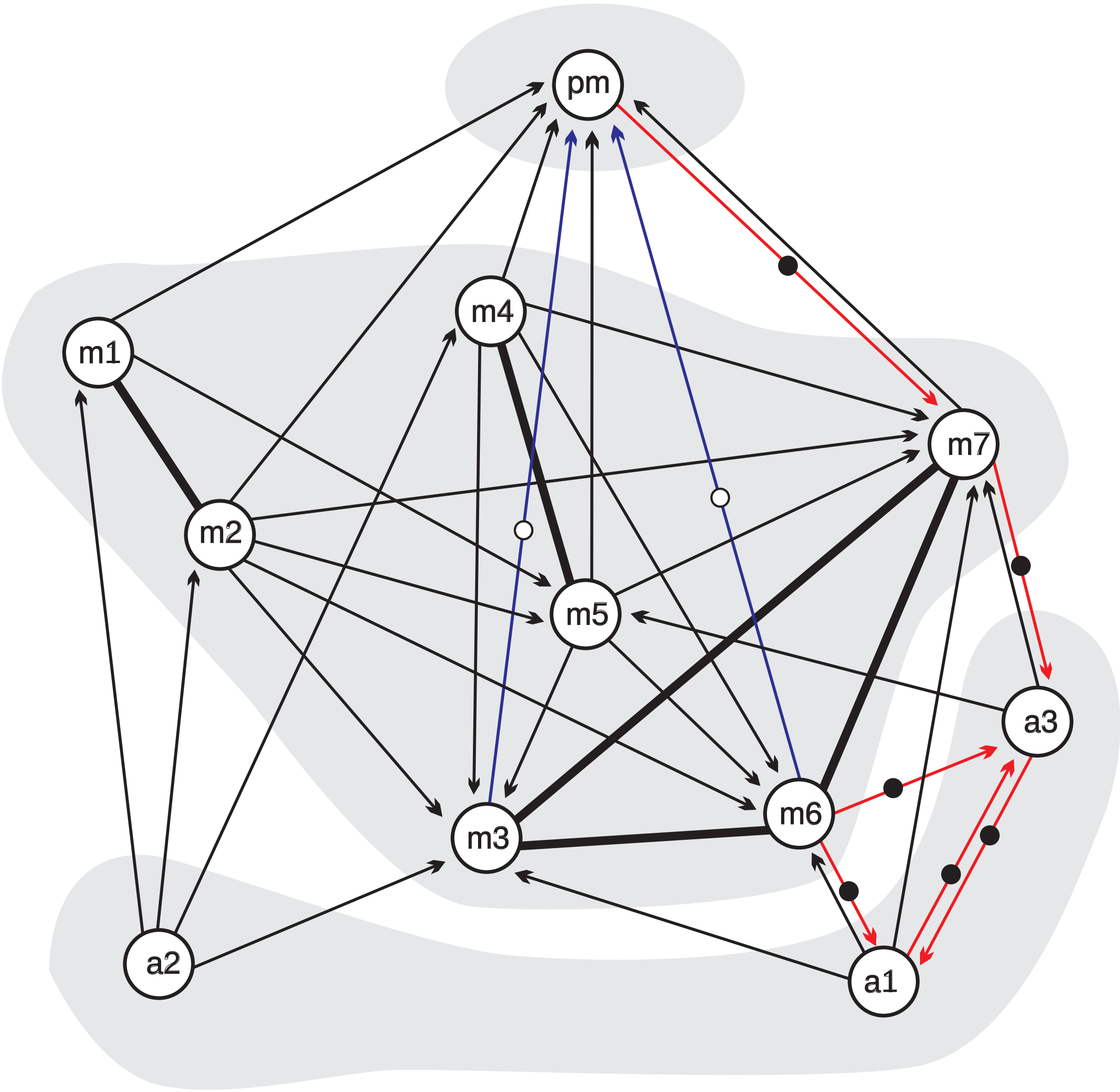
Prvi vnaprej določen bločni model lahko nadalje omejimo tako, da zahtevamo, da so vsi trije svetovalci v tretji skupini. Dobimo smo eno samo rešitev z osmimi napakami:

$$\mathcal{C}_2 = \{\{pm\}, \{m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7\}, \{a1, a2, a3\}\}$$

	1	2	3
1	0	0	0
2	reg	reg	0
3	0	reg	0

	1	2	3
1	0	1	0
2	2	0	3
3	0	0	2

Rezultati kažejo, da smo dobili hipotetično bločno strukturo z minimalnim povečanjem kriterijske funkcije (le za eno napako) glede na klasično regularno rešitev. To pomeni, da hierarhičnost dobro opisuje strukturo izmerjenega omrežja.



Slika 4: Študentska vlada – preverjanje drugega hipotetičnega modela